

DOI: 10.3969/j.issn.1004-4701.2020.04-07

基于 Copula 函数的抚河流域廖坊与洪门水库丰枯遭遇分析

刘沁薇

(江西省水文局, 江西 南昌 330009)

摘 要: 本研究引入 Copula 函数方法, 对抚河流域两大重要水库——廖坊与洪门水库展开丰枯遭遇状况研究. 结果表明: 在全年、汛期、非汛期三大时间尺度里, 两大水库丰枯遭遇特性基本类似, 丰枯同步的频率远大于丰枯异步的频率; 在丰枯同步频率中, 同平的频率最高, 说明两大水库在所有丰枯遭遇中同为平水年的可能性最大; 在非汛期尺度上同枯的频率最高, 故在两大水库实际调度过程中, 尤其是在枯水年份应特别兼顾其丰枯同步性. 本研究可为抚河流域水库群联合优化调度提供一定的决策依据.

关键词: 丰枯遭遇; Copula 函数; 抚河流域; 频率分析

中图分类号: TV121 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-4701(2020)04-0271-05

0 引 言

抚河位于江西省东部, 为江西省第二大河, 是鄱阳湖水系主要河流之一, 域内现有廖坊与洪门两座大型水库, 其供水情况支撑着抚河流域城乡生活、生产及生态用水安全. 近年来, 两大水库已在实际工作中逐步实施联合调度, 但目前依然缺乏系统的技术支撑, 而全面掌握其入库流量丰枯遭遇特性, 将有利于水利管理部门更好开展水库调度工作. 作为在目前研究变量相关性领域运用较为灵活的方法, Copula 函数在多种水文事件分析中愈加受到重视^[1,2], 在径流丰枯遭遇分析领域也有较多应用, 刘祖发等^[3]利用 Copula 函数构建了东江流域 3 大水库的联合分布, 获得了各水库在特定概率下入库流量的可能组合, 石卫等^[4]构建了 Copula 联合分布模型并分析了三峡工程与天然径流量丰枯遭遇特性与变化规律, 丁志宏等^[5]构造了南水北调西线一期工程调水区径流与黄河上游来水之间的联合分布并分析其丰枯遭遇频率, 可为工程实施提供参考依据. 鉴此, 本研究基于廖坊与洪门水库入库流量资料, 使用

Copula 函数构建二维联合分布并分析其丰枯遭遇特性, 以期为抚河流域水库群联合优化调度提供一定的决策依据与支撑.

1 研究区域概况及资料

1.1 研究区域概况

廖坊水库是一座以防洪、灌溉为主, 兼顾发电、供水、航运等综合利用的大(二)型水库, 总库容 4.32 亿 m^3 , 位于抚河干流中游, 距离抚州市 45km 左右, 地处洪门水库与南城水文站所处支流汇合处下游, 控制流域面积 7 060 km^2 . 洪门水库是一座以发电为主, 兼顾防洪、灌溉等的大(一)型水库, 总库容 12.14 亿 m^3 , 位于抚河主要支流黎滩河下游, 经黎川县至南城县汇入抚河干流, 距南城县洪门镇上游 2km 处, 控制流域面积为 2 376 km^2 .

1.2 资 料

本研究选取廖坊水库 2006~2018 年、洪门水库 1952~2018 年入库流量资料, 在经还原分析后^[6], 因廖坊水库仅有 2006 年下闸蓄水后的资料, 故将廖坊水库入

收稿日期: 2020-04-16

项目来源: 江西省水文局 2018 年度青年科技创新基金项目(SWJJ-KT201807).

作者简介: 刘沁薇(1993-), 女, 硕士.

库流量序列与廖家湾水文站 2006~2018 年流量序列建立相关关系并进行延长,廖家湾水文站位于廖坊水库下游 40km 处,为抚河中游控制站,控制流域面积为 8 723km²,图 1 位廖家湾水文站与廖坊水库多年月平均流量相关图,经检验相关性较高,经资料延长后以此得到廖坊与洪门水库在 1952~2018 年间三大时间尺度(全年、汛期、非汛期)的入库流量序列。

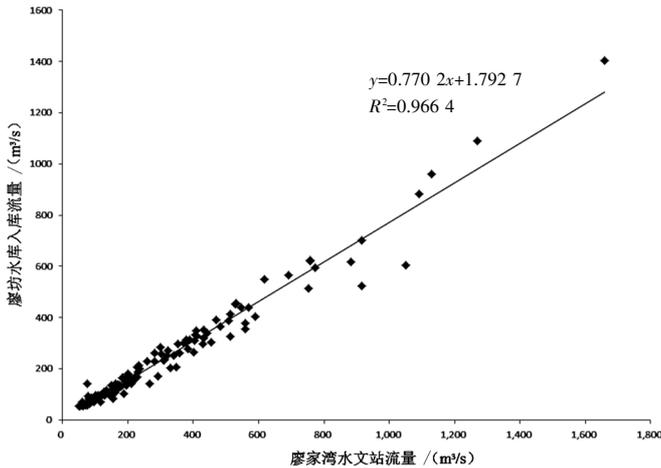


图 1 廖坊水库与廖家湾水文站多年流量相关关系图

2 研究方法

2.1 Copula 函数

1959 年,Sklar 提出 Copula 理论^[7],其基本形式为:设 X, Y 为连续的随机变量, F_x 和 F_y 分别为其边缘分布函数, X 和 Y 的联合分布函数为 $F(x, y)$ 。若 F_x 和 F_y 连续,那么存在唯一的 Copula 函数 $C_\theta(u, v)$ 满足:

$$F(x, y) = C_\theta(F_x(x), F_y(y)) \quad \forall x, y \quad (1)$$

式中, θ 为待定参数, Copula 函数可分为二次型、椭圆型和 Archimedean 型 3 种类型。

2.2 确定边缘分布函数

本研究选取皮尔逊 III 型 (P-III) 分布、广义极值 (GEV) 分布和对数 (LOGN) 正态分布对变量进行拟合, KS 检验^[8]评价分布的可行性,均方根误差 (RMSE) 法^[9]检查拟合程度,并根据 AIC 信息准则^[10]确定出最优的边缘分布。

假设有样本 X , n 为样本大小, $F_n(x_i)$ 为其经验分布,则 KS 检验的计算公式:

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

$$= \max_i \{ |F(x_i) - F_n(x_i)|, |F(x_i) - F_n(x_{i+1})| \} \quad (2)$$

若 D 大于临界值 D_c ,则拒绝该假设。

RMSE 计算公式:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2} \quad (3)$$

式中, n 为样本大小, \hat{x}_i 和 x_i 为理论频率和经验频率。RMSE 越小则拟合效果越好。

AIC 计算公式:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2 \quad (4)$$

$$AIC = n \ln(MSE) + 2m \quad (5)$$

式中, m 为分布函数参数个数, AIC 越小,则拟合效果越好。

2.3 Copula 函数参数估计与优选

Copula 函数通常采用适线法、非参数估计法和极大似然法^[11]来进行参数估计, Clayton、Frank 与 Gumbel-Hougaard 为 3 种常用的 Archimedean 型 Copula 函数^[12]。AIC 信息准则法与离差平方和准则法 (OLS) 常用于对 Copula 函数进行拟合优选, AIC 计算公式见式 (5)。

OLS 的计算公式:

$$OLS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_{emp}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}) - C(u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}))^2} \quad (6)$$

式中, n 为样本个数; m 为模型维数; k 为参数个数; $F_{emp}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ 、 $C(u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im})$ 为样本的经验频率和理论频率。

2.4 丰枯遭遇

本研究按丰、平、枯三级对入库平均流量对应频率进行划分, $X \leq 25\%$ 为丰水年, $25\% < X < 75\%$ 为平水年, $X \geq 75\%$ 为枯水年, 可将两大水库丰枯遭遇分为以下 9 种情况: ①丰-丰型; ②丰-平型; ③丰-枯型; ④平-丰型; ⑤平-平型; ⑥平-枯型; ⑦枯-丰型; ⑧枯-平型; ⑨枯-枯型。

3 结果及分析

3.1 确定边缘分布函数

在三大时间尺度上,分别对廖坊与洪门水库进行 3 种边缘分布 (P-III 分布、GEV 分布和 LOGN 正态分布)

表 1 廖坊与洪门水库入库流量边缘分布拟合检验结果

时期	指标	廖坊水库			洪门水库		
		P-III	LOGN	GEV	P-III	LOGN	GEV
全年	D_{k-s}	0.078	0.081	0.081	0.075	0.095	0.074
	RMSE	0.375	0.377	0.379	0.412	0.420	0.413
	AIC	-122.95	-121.98	-122.11	-110.92	-108.72	-110.79
汛期	D_{k-s}	0.081	0.113	0.089	0.109	0.138	0.112
	RMSE	0.402	0.408	0.407	0.427	0.429	0.427
	AIC	-112.59	-111.23	-112.55	-106.45	-104.69	-106.42
非汛期	D_{k-s}	0.071	0.079	0.073	0.070	0.105	0.071
	RMSE	0.385	0.387	0.389	0.423	0.425	0.428
	AIC	-119.28	-115.27	-118.48	-107.68	-102.3	-107.49

的拟合检验,见表 1。根据拟合结果,三种边缘分布的 D_{k-s} 值均小于临界值 $D_c(0.1644)$,即 3 种分布在三大时间尺度上均通过了 KS 检验。对于廖坊水库,在三大时间尺度上 P-III 分布的 D_{k-s} 、RMSE 与 AIC 值均最小,故 P-III 分布的拟合效果最优;对于洪门水库,在汛期和非汛期两大尺度上 P-III 分布的拟合效果最优,在全年尺度上 P-III 分布的 RMSE 与 AIC 值最小,GEV 分布的 D_{k-s} 值最小,而鉴于 P-III 分布与 GEV 分布的 D_{k-s} 值相差很小,且 P-III 分布在我国水文频率分析计算中运用较为广泛,经分析考虑选取 P-III 分布作为最优边缘函数。综上,两大水库在三大时间尺度上均选取 P-III 分布作为最优边缘分布函数进行丰枯遭遇分析。

3.2 确定最优 Copula 函数

本研究选取 Gumbel、Clayton 与 Frank 三种 Copula 函数进行拟合对比分析,在对计算分布与经验点据比较后,发现 3 种函数的拟合度均较高,为选择适应度最优的 Copula 函数,则需进一步采用 AIC 信息准则法与离差平方和准则法(OLS)进行拟合优选,结果见表 2。由计算结果可知,在三大时间尺度上 Clayton Copula 函数的 AIC 和 OLS 值均最小,故选择该函数作为本次研究的连接函数。

3.3 两大水库丰枯遭遇分析

根据已选取的 Clayton Copula 函数对廖坊与洪门

表 2 Copula 函数的拟合优度检验结果

时期	评价指标	Gumbel	Clayton	Frank
全年	AIC	-404.81	-447.21	-422.97
	OLS	0.046	0.033	0.041
汛期	AIC	-389.60	-428.27	-411.37
	OLS	0.052	0.038	0.045
非汛期	AIC	-419.12	-464.46	-435.72
	OLS	0.041	0.029	0.040

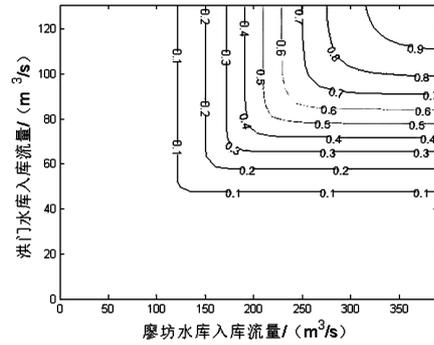
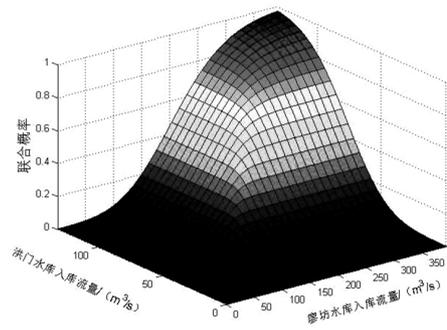
水库开展丰枯遭遇分析,根据设定的丰枯划分标准,可将 9 种丰枯遭遇情况分为丰枯同步(同丰、同平、同枯)与丰枯异步(丰-平、丰-枯、平-丰、平-枯、枯-丰、枯-平)两种情况,由于 Copula 函数具有对称性,丰-枯与枯-丰、丰-平与平-丰、平-枯与枯-平的概率相等。从有利于水库调度的角度分析,枯-枯遭遇是在调度分析中应避免的情形,即为对调度不利的情形。具体计算结果见表 3。

分析表 3 可以得到如下结论:(1)在三大时间尺度(全年、汛期、非汛期)上,因为廖坊与洪门水库地理位置较为接近,丰枯特性基本类似,丰枯同步频率(80%~

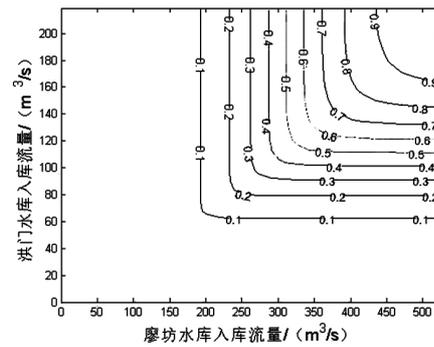
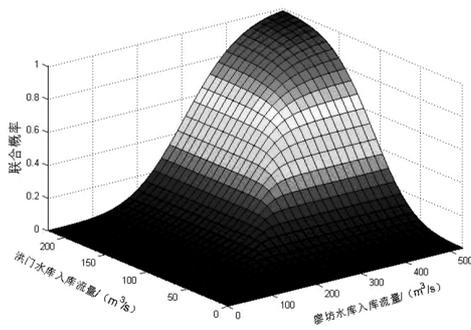
表3 廖坊水库与洪门水库入库流量丰枯遭遇表

%

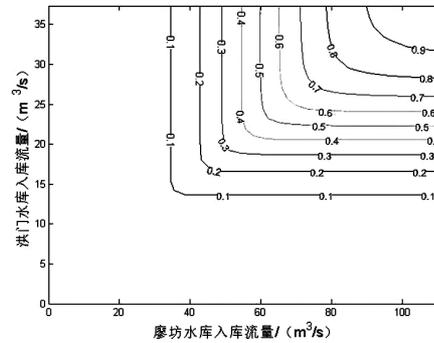
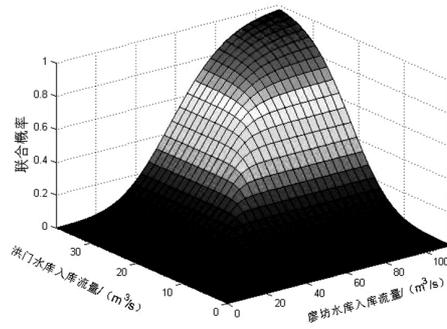
时期	丰枯同步				丰枯异步						
	同丰	同平	同枯	合计	廖丰洪平	廖丰洪枯	廖平洪丰	廖平洪枯	廖平洪丰	廖平洪平	合计
全年	18.84	41.60	22.76	83.20	6.16	0	6.16	2.24	0	2.24	16.8
汛期	17.89	40.18	22.29	80.38	7.11	0	7.11	2.71	0	2.71	19.64
非汛期	18.69	41.37	24.68	84.74	5.31	0	5.31	2.32	0	2.32	15.26



(a) 全年尺度



(b) 汛期尺度



(c) 非汛期尺度

图2 两大水库入库平均流量在三大时间尺度上丰枯遭遇联合分布(左)与等值线图(右)

85%) 远大于丰枯异步频率 (15%~20%), 其中在非汛期尺度上丰枯同步频率最高 (84.74%), 说明两大水库来水同步性较高, 在同丰、同平丰枯遭遇组合时开展对抚河流域的联合梯级调度是有利的; (2) 在丰枯同步情形中, 同平的频率 (40%~42%) 最高, 大于同枯的频率 (22%~25%) 与同丰的频率 (17%~19%), 说明两大水库在所有丰枯遭遇组合中同为平水年的可能性最大; (3) 在丰枯异步情形中, 三大时间尺度上丰-枯与枯-丰组合的遭遇都接近于零, 进一步说明两大水库来水同步性较高, 几乎不可能发生来水情况完全相反的情况; (4) 在三大时间尺度两大水库同枯的频率为 22%~25%, 而在非汛期尺度上同枯的频率最高 (24.68%), 故在实际调度过程中, 尤其是非汛期更应兼顾两大水库丰枯同步性。

图 2 为三大时间尺度上两大水库丰枯遭遇联合分布与等值线图, 可为抚河流域调水提供决策支持。

4 结 论

(1) 在全年、汛期、非汛期三大时间尺度上, 抚河流域两大重要水库——廖坊与洪门水库的丰枯遭遇特性基本类似, 丰枯同步的频率均在 80% 以上, 丰枯组合的频率接近于零, 来水情况完全相反几乎不可能发生。

(2) 两大水库在非汛期尺度上同枯的频率最高, 故在实际调度过程中, 尤其是枯水年份应特别兼顾其丰枯同步性。

(3) 本研究成果可为抚河流域水库群联合调度提供一定的理论依据, 并可在江西省境内跨流域调水中进行进一步的研究。

参考文献:

- [1] 熊其玲, 何小聪, 康玲. 基于 Copula 函数的南水北调中线降水丰枯遭遇分析[J]. 水电能源科学, 2009, 27(06): 9~11, 112.
- [2] 冉啟香, 张翔. 多变量水文联合分布方法及 Copula 函数的应用研究[J]. 水电能源科学, 2010, 28(09): 8~11.
- [3] 刘祖发, 谭圣林, 罗勇强, 等. 基于 Copula 函数的东江流域 3 大水库丰枯遭遇分析[J]. 湖泊科学, 2015, 27(02): 361~370.
- [4] 石卫, 雷静, 李书飞, 等. 三峡工程与两湖河川径流丰枯遭遇研究[J]. 人民长江, 2019, 50(08): 91~97.
- [5] 丁志宏, 冯平, 张永. 基于 Copula 模型的丰枯频率分析——以南水北调西线工程调水区径流与黄河上游来水的丰枯遭遇研究为例 [J]. 长江流域资源与环境, 2010, 19(07): 759~764.
- [6] 吴敦银, 李荣昉, 王永文, 等. 抚河中下游 2010 年大洪水还原及频率分析 [J]. 江西水利科技, 2010, 36(04): 256~258+261.
- [7] Nelson R B. An introduction to Copulas [M]. New York: Springer, 1999.
- [8] Massey Jr FJ. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. Journal of the American statistical Association, 1951, 46(253): 68~78.
- [9] Filliben JJ. The probability plot correlation coefficient test for normality. Technometrics, 1975, 17(1): 111~117.
- [10] Bozdogan H. Model selection and Akaike's information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions. Psychometrika, 1987, 52(3): 345~370.
- [11] 邱小霞, 刘次华, 吴娟. Copula 函数中参数极大似然估计的性质[J]. 经济数学, 2008, 25(2): 210~215.
- [12] 武连洲. 引汉济渭工程调水区并联水库多目标调度研究 [D]. 西安理工大学, 2017.

编辑: 张绍付

(下转第 305 页)