

水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌干缩应力与徐变应力计算

刘晓敏¹, 蔡勇平¹, 蔡晓鸿²

(1. 吉安市水利水电规划设计院, 江西 吉安, 343000; 2. 吉安市水利局, 江西 吉安 343000)

摘要:水工压力隧洞结构设计的理论基石是隧洞衬砌与围岩联合工作,为充分利用砼抗压强度高的优点和提高围岩的承载能力,采用灌浆式预应力衬砌是一种富具应用前景的技术方法。但灌浆式预应力衬砌隧洞,由于压浆环干缩硬化和砼徐变影响,使衬砌获得的预应力有所损失,笔者采用岩石力学中应用广泛的莫尔-库仑屈服条件,对水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌干缩应力和徐变应力进行了系统分析,给出了相应的解析计算式。

关键词:预应力;衬砌;隧洞;应力

中图分类号:TV672+.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4701(2019)06-0403-09

0 引言

水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌为在隧洞围岩与砼衬砌间预留的环形间隙进行高压灌浆,对砼衬砌施加“预压应力”,使隧洞砼衬砌在均匀内水压力作用下仍处于受压状态或处于允许范围内的低拉应力状态。灌浆尚可使围岩裂隙压缩、胶结,增强围岩的整体性,改善其结构性态,提高围岩承载能力。显见,灌浆式预应力衬砌隧洞在承载机理与施灌工法上的特点,符合围岩与衬砌联合工作,共同承载的现代支护理论的设计理念与工程实践,从而具有工程应用价值。

灌浆式预应力衬砌隧洞,由于压浆环硬化或水泥结石过程中伴随着干缩和砼徐变,使砼衬砌获得的预应力有所衰减损失。现有关于预应力衬砌结构干缩与徐变变形的应力松弛研究,主要集中于公路桥梁预应力砼梁及工业与民用建筑工程中的受拉构件,而关于水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌干缩应力与徐变应力松弛损失鲜有成果报告介绍。本文推导出了隧洞围岩分别处于弹性变形、弹塑性变形状态下的灌浆式预应力衬砌干缩变形与应力计算式,给出了徐变应力计算式,

通过“算例”介绍了隧洞预应力衬砌结构的应力衰减系数与受控切向应力的计算。所获成果为评估灌浆应力长期保留值提供了具工程应用的计算方法。

1 水泥压浆环干缩应力计算

虑及压力隧洞围岩在初期灌浆压力 P_i 作用下,可能处于弹性状态,也可能处于弹塑性状态,下面分别按这二种变形状态对水泥压浆环干缩应力进行分析计算。

1.1 围岩处于弹性状态下的后期灌浆预应力计算

灌浆式预应力衬砌隧洞预应力的损失,对砼衬砌和围岩中原有应力水平将产生影响,可利用变位谐调法计算压浆环干缩硬化后的灌浆预应力。

1.1.1 压浆环预应力灌浆压力损失体积变形

图1表示施工期灌浆预应力作用下的隧洞计算简图。

设隧洞衬砌外边界 r_b 处,由初期灌浆压力 P_i 到后期灌浆压力 P_i^e 时,砼衬砌预压应力损失值 ΔP 为:

$$\Delta P = P_i^e - P_i \quad (1)$$

当围岩处于弹性状态时,在初期灌浆压力 P_i 作用

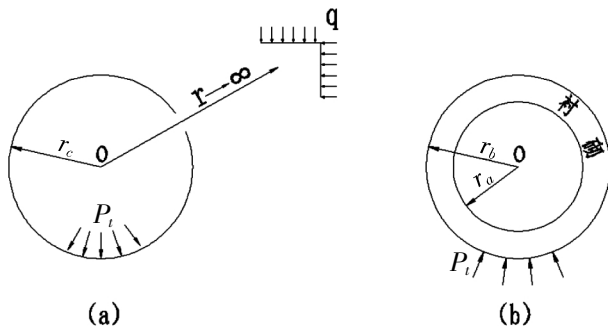


图1 预应力衬砌隧洞施工期计算简图

下(图1(a)), 围岩变动半径 r 处变位 u_r^d 计算式为:

$$u_r^d = \frac{1+\mu_d}{E_d} \cdot \frac{r_c^2(P_i - q)}{r} \quad (2)$$

式中: E_d 为围岩的弹性模量; μ_d 为围岩的泊松比; q 为围岩初始地应力; r_c 为隧洞围岩内半径; 其余符号意义同前。

砼衬砌在初期灌浆压力 P_i 作用下变位 u_r^c 的计算式为:

$$u_r^c = -\frac{(1+\mu_{cc})r_b^2}{E_{cc}(r_b^2 - r_a^2)r} \cdot [(1-2\mu_{cc})r^2 + r_a^2] P_i \quad (3)$$

式中: E_{cc} 为砼衬砌的弹性模量; μ_{cc} 为砼衬砌的泊松比; r_b 为砼衬砌的外半径; r_a 为砼衬砌的内半径。

类似, 围岩在后期灌浆压力 P_i^e 作用下的径向变位 u_r^{de} 为:

$$u_r^{de} = \frac{1+\mu_d}{E_d} \cdot \frac{r_c^2(P_i^e - q)}{r} \quad (4)$$

砼衬砌在后期灌浆压力 P_i^e 作用下的径向变位 u_r^{ce} 计算式为:

$$u_r^{ce} = -\frac{(1+\mu_{cc})r_b^2}{E_{cc}(r_b^2 - r_a^2)r} \cdot [(1-2\mu_{cc})r^2 + r_a^2] P_i^e \quad (5)$$

由于灌浆压力的损失, 围岩在内壁面 r_c 处的径向变位变化值 $\delta u_{r_c}^{de}$ 为:

$$\delta u_{r_c}^{de} = u_{r_c}^{de} \Big|_{r=r_c} - u_{r_c}^d \Big|_{r=r_c} = \frac{1+\mu_d}{E_d} \cdot (P_i^e - P_i) r_c \quad (6)$$

砼衬砌在外壁面 r_b 处的径向变位变化值 $\delta u_{r_b}^{ce}$ 为:

$$\delta u_{r_b}^{ce} = u_{r_b}^{ce} \Big|_{r=r_b} - u_{r_b}^c \Big|_{r=r_b} = -\frac{(1+\mu_{cc})r_b}{E_{cc}(r_b^2 - r_a^2)} \cdot [(1-2\mu_{cc})r_b^2 + r_a^2] \cdot (P_i^e - P_i) \quad (7)$$

下面计算灌浆压力变化引起的压浆环体积变化。

注意到压浆环与砼衬砌、围岩“完全接触”, 于是压浆环由于灌浆压力的变化在外周 r_c 处所引起的体积变

形 ΔV_{r_c} 为:

$$\Delta V_{r_c} = \pi (r_c + u_{r_c}^{de})^2 - \pi (r_c + u_{r_c}^d)^2 \approx 2\pi r_c \delta u_{r_c}^{de} \quad (8)$$

压浆环在内周 r_b 处的体积变形 ΔV_{r_b} 为:

$$\Delta V_{r_b} = \pi (r_b + u_{r_b}^{ce})^2 - \pi (r_b + u_{r_b}^c)^2 \approx 2\pi r_b \delta u_{r_b}^{ce} \quad (9)$$

压浆环由于灌浆压力的变化, 体积变形 ΔV_e 应为其在内、外壁面的体积变形之和。注意到在预应力灌浆压力作用下, 压浆环内、外壁面的径向变位方向相反, 于是有:

$$\Delta V_e = \Delta V_{r_c} - \Delta V_{r_b} = 2\pi (P_i^e - P_i) \cdot \left\{ \frac{(1+\mu_{cc})r_b^2}{E_{cc}(r_b^2 - r_a^2)} [r_a^2 + (1-2\mu_{cc})r_b^2] + \frac{1+\mu_d}{E_d} r_c^2 \right\} \quad (10)$$

式中: ΔV_{r_b} 、 ΔV_{r_c} 分别为压浆环内、外壁面的体积变形, 其余符号意义同前。

1.1.2 压浆环预应力灌浆压力损失体积应变

压浆环属平面应变问题, 在初期灌浆压力 P_i 作用下, 其径向应变 ε_r 、切向应变 ε_θ 计算式为:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -\frac{(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} P_i \quad (11)$$

体积应变 e_{p_i} 为:

$$e_{p_i} = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = -\frac{2(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} P_i \quad (12)$$

式中: E_{ct} 为压浆环的弹性模量; μ_{ct} 为压浆环的泊松比, ε_z 为轴向应变, 取 0。

压浆环在后期灌浆压力 P_i^e 作用下, 可视作内、外壁面均受有均布压力 P_i^e 作用的厚壁圆筒, 其体积应变 $e_{P_i^e}$ 为:

$$e_{P_i^e} = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = -\frac{2(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} P_i^e \quad (13)$$

于是压浆环由于灌浆压力变化而引起的体积应变 e_p 为:

$$e_p = e_{P_i^e} - e_{p_i} = -\frac{2(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} (P_i^e - P_i) \quad (14)$$

1.1.3 砼衬砌、压浆环干缩硬化体积应变

砼衬砌、压浆环在预应力衬砌灌浆压力变化引起体积变形的同时, 又将因干缩硬化而致使体积变形。设 k_α 为砼衬砌、压浆环干缩变形时径向、环向单轴应变, 于是据轴对称平面应变问题物理方程, 其径向应变 ε_r 、切向应变 ε_θ 的计算式为:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -k_\alpha (1+\mu_{ct}) \quad (15)$$

砼衬砌、压浆环因干缩硬化而产生的体积应变 e_α 为:

$$e_a = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = -2k_a(1 + \mu_{cl}) \quad (16)$$

1.1.4 后期灌浆压力 P_t^e 的计算

据变位连续条件, 压浆环由初期灌浆压力 P_i 衰减至后期灌浆压力 P_t^e 所引起的体积变形 ΔV_e 应等于灌浆压力变化引起的压浆环体积变形与砼衬砌、压浆环干缩体积变形之和, 即:

$$\Delta V_e = \pi(r_c^2 - r_b^2)e_p + \pi(r_c^2 - r_a^2)e_a \quad (17)$$

将式(10)、(14)、(16)代入, 得后期灌浆压力 P_t^e 的计算式:

$$P_t^e = P_i - \frac{k_a(1 + \mu_{cl})(r_c^2 - r_a^2)}{\left[\frac{(1 + \mu_{cc})r_b^2}{E_{cc}(r_b^2 - r_a^2)} [r_a^2 + (1 - 2\mu_{cc})r_b^2] + \frac{1 + \mu_d}{E_d} r_c^2 + \frac{(1 + \mu_{cl})(1 - 2\mu_{cl})}{E_{cl}} (r_c^2 - r_b^2) \right]} \quad (18)$$

1.1.5 隧洞受后期灌浆压力 P_t^e 作用预应力计算

据式(18)求出 P_t^e 后, 则可得隧洞围岩在后期灌浆压力 P_t^e 作用下的径向、切向预应力计算式:

$$\begin{cases} \sigma_r^{da} = -\frac{r_c^2}{r^2} P_t^e - q \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta^{da} = \frac{r_c^2}{r^2} P_t^e - q \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2}\right) \end{cases} \quad (r_c \leq r < +\infty) \quad (19)$$

隧洞砼衬砌在后期灌浆压力 P_t^e 作用下的径向、切向预应力 σ_r^{ca} 、 σ_θ^{ca} 计算式:

$$\begin{cases} \sigma_r^{ca} = -P_t^e \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \left(1 - \frac{r_a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta^{ca} = -P_t^e \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \left(1 + \frac{r_a^2}{r^2}\right) \end{cases} \quad (r_a \leq r \leq r_b) \quad (20)$$

1.1.6 后期灌浆压力 P_t^e 与均匀内水压力 P_a 联合作用下的隧洞应力计算

(1) 隧洞衬砌应力计算

隧洞衬砌内壁受均匀内水压力 P_a 作用, 外壁受后期灌浆压力 P_t^e 作用, 其径向、切向应力计算式据拉梅(Lame)应力解有^[1]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{P_a r_a^2 - P_t^e r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} + \frac{r_a^2 r_b^2 (P_t^e - P_a)}{r_b^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \\ \sigma_\theta = \frac{P_a r_a^2 - P_t^e r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} - \frac{r_a^2 r_b^2 (P_t^e - P_a)}{r_b^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \end{cases} \quad (r_a \leq r \leq r_b) \quad (21)$$

(2) 隧洞围岩应力计算^[1]

围岩可视作在内壁面 r_c 处作用有均匀灌浆压力 P_t^e , 在无穷远处作用有初始地应力 q 的无限大弹性体, 据弹性理论其径向、切向应力计算式为:

$$\begin{cases} \sigma_r = -\frac{r_c^2}{r^2} P_t^e - q \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta = \frac{r_c^2}{r^2} P_t^e - q \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2}\right) \end{cases} \quad (r_c \leq r < +\infty) \quad (22)$$

1.2 围岩处于弹塑性状态下的后期灌浆预应力计算

若在初期灌浆压力 P_i 作用下, 围岩产生塑性变形, 围岩塑性区应力应变关系为非线性, 力的迭加原理不再适用。据文献^[1], 均匀内水压力比预应力灌浆压力小很多, 可简化为比例加载过程。因而, 隧洞围岩处于弹塑性变形时后期灌浆预应力计算式可采用变位谐调法导出。

1.2.1 压浆环预应力灌浆压力损失体积变形

在初期灌浆压力 P_i 作用下, 围岩出现塑性区, 据文献^[1]“3.2”目, 围岩塑性区内壁面径向变位 u_r^d 为:

$$u_r^d = \frac{r_c}{E_d} \left[- (1 - 2\mu_d) P_i + \frac{(2 - \mu_d) \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^{\frac{2}{1 + \sin \varphi}} + (1 + \mu_d) (1 - 2\mu_d) q \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 \right] \quad (23)$$

式中: r_m 为围岩塑性区外半径; 其余符号意义同前。

据式(3), 砼衬砌在外半径 r_b 处的径向变位 $u_{r_b}^c$ 为:

$$u_{r_b}^c = u_r^d \Big|_{r=r_b} = -\frac{(1 + \mu_{cc}) r_b}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} [(1 - 2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2] P_i \quad (24)$$

设在围岩出现塑性变形后, 压浆环由于干缩硬化, 初期灌浆压力 P_i 将衰减到后期灌浆压力 P_t^i , 相应围岩塑性区外半径由 r_m 变为 r_i (图2)。

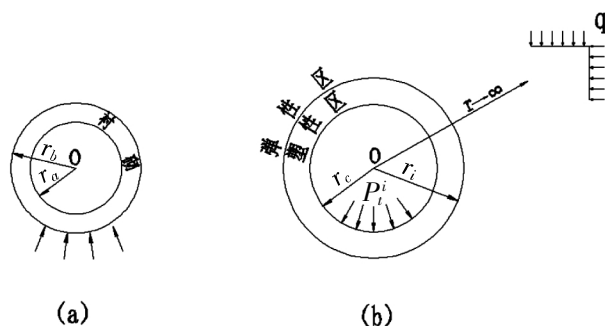


图2 围岩弹塑性变形状态后期灌浆压力计算简图

类似于式(24), 后期灌浆压力 P_t^i 作用下, 衬砌在外壁面 r_b 处的径向变位 $u_{r_b}^{ci}$ 为:

$$u_{r_b}^{ci} = -\frac{(1 + \mu_{cc}) r_b}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} [(1 - 2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2] P_t^i \quad (25)$$

后期灌浆压力 P_t^i 作用下, 围岩内壁面 r_c 处径向变

位 $u_{r_c}^{di}$ 为:

$$u_{r_c}^{di} = \frac{r_c}{E_d} \left[- (1-2\mu_d) P_i + \frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{1+\sin \varphi} (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} + (1+\mu_d) (1-2\mu_d) q \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \right] \quad (26)$$

灌浆压力由 P_i 衰减到 P_i^i 引起衬砌外壁面, 围岩内壁面的径向变位变化值 $\delta u_{r_b}^{ci}$ 、 $\delta u_{r_c}^{di}$ 分别由式 (27)、(28) 给出:

$$\delta u_{r_b}^{ci} = u_{r_b}^{ci} - u_{r_b}^c = - \frac{(1+\mu_{cc}) r_b}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \left[(1-2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2 \right] (P_i - P_i^i) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta u_{r_c}^{di} = u_{r_c}^{di} - u_{r_c}^d = \frac{r_c}{E_d} \left\{ \left[\frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{1+\sin \varphi} \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} - (1-2\mu_d) \right] P_i^i \right. \\ + \frac{(2-\mu_d) C \cos \varphi}{1+\sin \varphi} \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} + (1+\mu_d) (1-2\mu_d) q \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \\ + (1-2\mu_d) P_i - \frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{1+\sin \varphi} (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} \\ \left. - (1+\mu_d) (1-2\mu_d) q \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

显然, 由于灌浆压力衰减, 压浆环体积变形值 ΔV_i 为:

$$\Delta V_i = 2\pi r_i \delta u_{r_c}^{di} - 2\pi r_b \delta u_{r_b}^{ci} \quad (29)$$

将式 (27)、(28) 代入, 整理得:

$$\begin{aligned} \Delta V_i = \frac{2\pi r_c^2}{E_d} \left\{ \left[\frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{1+\sin \varphi} \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} - (1-2\mu_d) \right] P_i^i \right. \\ + \frac{(2-\mu_d) C \cos \varphi}{1+\sin \varphi} \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} + (1+\mu_d) (1-2\mu_d) q \left[\left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 - \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 \right] \\ + (1-2\mu_d) P_i - \frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{1+\sin \varphi} (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} \\ \left. + \frac{2\pi (1+\mu_{cc}) r_b^2}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \right\} \\ + \frac{2\pi (1+\mu_{cc}) r_b^2}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \left[(1-2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2 \right] (P_i - P_i^i) \quad (30) \end{aligned}$$

1.2.2 压浆环预应力灌浆压力损失体积应变

类似于式 (14), 压浆环由于灌浆压力衰减而产生的体积应变 e_i 为:

$$e_i = - \frac{2(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} (P_i - P_i^i) \quad (31)$$

1.2.3 砼衬砌、压浆环干缩硬化体积应变

据式 (16), 砼衬砌、压浆环干缩硬化体积应变 e_α 为:

$$e_\alpha = -2k_\alpha (1+\mu_{ct}) \quad (32)$$

1.2.4 后期灌浆压力 P_i^i 的计算

围岩在施工期产生塑性变形后, 压浆环由初期灌浆压力 P_i 衰减至后期灌浆压力 P_i^i , 其体积变形 ΔV_i 应等于灌浆压力变化引起的压浆环体积变形与砼衬砌、压浆环干缩体积变形之和, 即:

$$\Delta V_i = \pi (r_c^2 - r_b^2) e_i + \pi (r_c^2 - r_a^2) e_\alpha \quad (33)$$

将式 (30)、(31)、(32) 代入式 (33), 可求得后期灌浆压力 P_i^i :

$$\begin{aligned} P_i^i = \left\{ \frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{E_d} (q + C \cot \varphi) \left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 + \frac{(1+\mu_d)(1-2\mu_d)}{E_d} q \right. \\ \left[\left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \right] - \frac{1-2\mu_d}{E_d} P_i + \frac{(1+\mu_{cc}) [(1-2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2]}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \\ \left(\frac{r_b}{r_c} \right)^2 P_i + \frac{(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} \left(1 - \frac{r_b^2}{r_c^2} \right) P_i - \frac{(2-\mu_d) C \cos \varphi}{E_d (1+\sin \varphi)} \\ \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} - k_\alpha (1+\mu_{ct}) \left(1 - \frac{r_a^2}{r_c^2} \right) \left\{ \frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{E_d (1+\sin \varphi)} \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2}{1+\sin \varphi}} \right. \right. \\ + \frac{(1+\mu_{cc}) [(1-2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2]}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \cdot \frac{r_b^2}{r_c^2} + \frac{(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} \\ \left. \left. \left(1 - \frac{r_b^2}{r_c^2} \right) - \frac{1-2\mu_d}{E_d} \right\} \right\} \quad (34) \end{aligned}$$

据文献^[1]“2.2”目, 围岩在后期灌浆压力 P_i^i 作用下出现塑性区时, 其内压力与隧洞特性参数之间须满足的关系式为:

$$P_i^i = (1+\sin \varphi) (q + C \cot \varphi) \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1+\sin \varphi}} - C \cot \varphi \quad (35)$$

联立求解式 (34)、(35), 可得后期灌浆压力 P_i^i 作用下围岩塑性区外半径 r_i 满足的方程式:

$$\begin{aligned} \left[\frac{(2-\mu_d) \sin \varphi}{E_d} (q + C \cot \varphi) + \frac{(1+\mu_d)(1-2\mu_d)}{E_d} q \right] \\ \left[\left(\frac{r_m}{r_c} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \right] + \frac{(1+\mu_{cc}) [(1-2\mu_{cc}) r_b^2 + r_a^2]}{E_{cc} (r_b^2 - r_a^2)} \cdot \frac{r_b^2}{r_c^2} \\ + \frac{(1+\mu_{ct})(1-2\mu_{ct})}{E_{ct}} \left(1 - \frac{r_b^2}{r_c^2} \right) - \frac{1-2\mu_d}{E_d} \left\{ \right. \\ \left. (1+\sin \varphi) (q + C \cot \varphi) \left[\left(\frac{r_m}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1+\sin \varphi}} - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1+\sin \varphi}} \right] \right\} \\ = k_\alpha (1+\mu_{ct}) \left[1 - \left(\frac{r_a}{r_c} \right)^2 \right] \quad (36) \end{aligned}$$

将式 (36) 所得 r_i 代入式 (35), 即可求出后期灌浆压力 P_i^i 。

1.2.5 后期灌浆压力作用下的隧洞围岩、衬砌应力计算

利用文献^[1]“2.2”目中围岩塑性区预应力计算式, 可类似给出后期灌浆压力 P_i^i 作用下围岩塑性区径向、切向应力 σ_r^p 、 σ_θ^p 计算式:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^p &= C \cot \varphi - (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_c}{r} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \\ \sigma_\theta^p &= C \cot \varphi - \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (P_i + C \cot \varphi) \left(\frac{r_c}{r} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \end{aligned} \right. \quad (r_c \leq r \leq r_i) \quad (37)$$

相应后期灌浆压力 P_i 作用下围岩弹性区径向、切向应力计算式为:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^e &= -q - (q \sin \varphi + C \cos \varphi) \left(\frac{r_i}{r} \right)^2 \\ \sigma_\theta^e &= -q + (q \sin \varphi + C \cos \varphi) \left(\frac{r_i}{r} \right)^2 \end{aligned} \right. \quad (r_i \leq r \leq +\infty) \quad (38)$$

1.2.6 后期灌浆压力 P_i 与均匀内水压力 P_a 联合作用下隧洞应力计算

隧洞在后期灌浆压力 P_i 作用下, 又受均匀内水压力 P_a 作用, 则对后期灌浆压力 P_i 所形成的预应力产生扰动。设扰动后的围岩与衬砌界面上接触压力为 P_t^n , 围岩塑性区外半径由 r_i 变为 r_n (图3)。

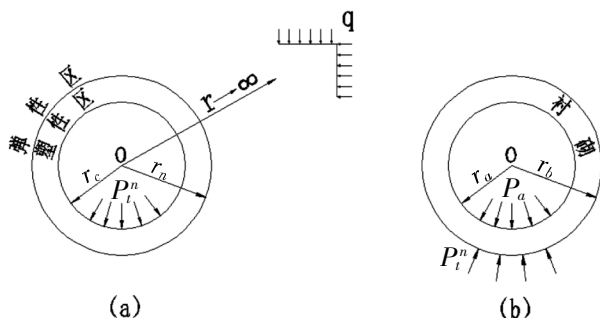


图3 后期灌浆压力与均匀内水压力联合作用下的计算简图

类似于文献[4]“3.2”目中塑性区外半径 r_m^* 计算式, 可得求算 r_n 的超越方程:

$$\begin{aligned} \frac{2(1-\mu_c)r_a^2 + P_a}{E_c(r_c^2 - r_a^2)} &= \frac{(2-\mu_d)\sin\varphi}{E_d} (q + C \cot \varphi) \left[\left(\frac{r_n}{r_c} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \right] \\ &+ \frac{(1+\mu_d)(1-2\mu_d)}{E_d} q \left[\left(\frac{r_n}{r_c} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^2 \right] \\ &+ \left\{ \frac{(1+\mu_c)[(1-2\mu_c)r_c^2 + r_a^2]}{E_c(r_c^2 - r_a^2)} - \frac{1-2\mu_d}{E_d} \right\} \\ &\quad (1 + \sin \varphi) (q + C \cot \varphi) \left[\left(\frac{r_n}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - \left(\frac{r_i}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

将式(39)所得 r_n 代入下式, 便得后期灌浆压力 P_i 与均匀内水压力 P_a 联合作用下围岩与衬砌界面上的接触压力 P_t^n 。即有:

$$P_t^n = (1 + \sin \varphi) (q + C \cot \varphi) \left(\frac{r_n}{r_c} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - C \cot \varphi \quad (40)$$

求得运行期围岩与衬砌界面上接触压力 P_t^n 与塑性区外半径 r_n 后, 不难得出隧洞围岩与衬砌应力。即有

(1) 围岩应力计算

围岩塑性区应力计算式:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^{pn} &= C \cot \varphi - (P_t^n + C \cot \varphi) \left(\frac{r_c}{r} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \\ \sigma_\theta^{pn} &= C \cot \varphi - \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (P_t^n + C \cot \varphi) \left(\frac{r_c}{r} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} \end{aligned} \right. \quad (r_c \leq r \leq r_n) \quad (41)$$

围岩弹性区应力计算式:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^{en} &= -q - (q \sin \varphi + C \cos \varphi) \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \\ \sigma_\theta^{en} &= -q + (q \sin \varphi + C \cos \varphi) \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 \end{aligned} \right. \quad (r_n \leq r \leq +\infty) \quad (42)$$

(2) 衬砌应力计算

隧洞衬砌应力计算式:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^{cn} &= \frac{P_a r_a^2 - P_t^n r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} + \frac{r_a^2 r_c^2 (P_t^n - P_a)}{r_c^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \\ \sigma_\theta^{cn} &= \frac{P_a r_a^2 - P_t^n r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} - \frac{r_a^2 r_c^2 (P_t^n - P_a)}{r_c^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \end{aligned} \right. \quad (r_a \leq r \leq r_c) \quad (43)$$

2 砼衬砌的徐变应力计算

水工压力隧洞采用灌浆式预应力衬砌, 在预应力形成后, 砼材料随时间推移产生的徐变变形会导致应力的较大衰减, 即出现应力松弛。因此, 对灌浆式预应力衬砌隧洞结构应力计算应考虑砼徐变的影响。

2.1 压力隧洞砼衬砌徐变基本方程

隧洞砼衬砌置于无限大的岩体中, 在内壁面受有均匀内水压力 P_a 作用, 外壁面作用有均布预应力衬砌灌浆压力 $P_t(t)$, 计算简图如图4所示。

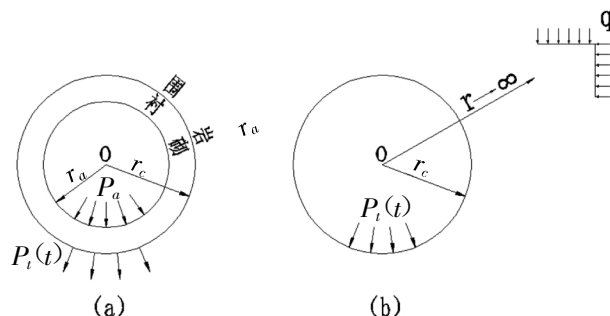


图4 压力隧洞徐变应力计算简图

用 $\sigma_{dr}(t)$ 、 $\sigma_{d\theta}(t)$ 、 u_{dr} 分别表示围岩的径向应力、环向应力和径向位移。由弹性力学知:

$$\begin{cases} \sigma_{dr}(t) = -\frac{r_c^2}{r^2} P_t(t) \\ \sigma_{d\theta}(t) = \frac{r_c^2}{r^2} P_t(t) \end{cases} \quad (44)$$

$$u_{dr}(t) = \frac{1+\mu_d}{E_d} \cdot \frac{r_c^2 [P_t(t) - q]}{r} \quad (45)$$

式中: E_d 、 μ_d 分别为围岩的弹性模量、泊松比; q 为围岩初始地应力。

据线性徐变力学, 砼衬砌受 P_a 、 $P_t(t)$ 作用的应力仍可按弹性力学拉梅公式求算, 即:

$$\begin{cases} \sigma_{cr}(t) = \frac{P_a r_a^2 - P_t(t) r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} + \frac{r_a^2 r_c^2 [P_t(t) - P_a]}{r_c^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \\ \sigma_{c\theta}(t) = \frac{P_a r_a^2 - P_t(t) r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} - \frac{r_a^2 r_c^2 [P_t(t) - P_a]}{r_c^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \end{cases} \quad (r_a \leq r \leq r_c) \quad (46)$$

考虑砼徐变, 应变与应力之间有关系式^[2]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c\theta}(t) &= \frac{1-\mu_c}{E_c(t)} [\sigma_{c\theta}(t) - \frac{\mu_c}{1-\mu_c} \sigma_{cr}(t)] + (1-\mu_c^2) \\ &\cdot \int_{\tau_1}^t [\sigma_{c\theta}(\tau) - \frac{\mu_c}{1-\mu_c} \sigma_{cr}(\tau)] \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau \end{aligned} \quad (47)$$

式中: E_c 为砼衬砌弹性模量、 μ_c 为砼衬砌泊松比; $\xi(t, \tau, \tau_1)$ 为积分核, 其中 t 表示计算历时; τ 表示卸荷时间; τ_1 表示加荷龄期。

注意到 $u_{cr}(t) = r \varepsilon_{c\theta}(t)$ 与式 (46), 再虑及承受荷载时砼的龄期较长, 式 (47) 中的 $E_c(t)$ 可用 E_c 代替, 于是式 (47) 可改写成:

$$\begin{aligned} \frac{u_{cr}(t)}{r} &= \frac{1+\mu_c}{E_c} \left\{ (1-2\mu_c) \frac{P_a r_a^2 - P_t(t) r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} - \frac{r_a^2 r_c^2 [P_t(t) - P_a]}{r_c^2 - r_a^2} \right. \\ &\cdot \frac{1}{r^2} \left. \right\} + (1+\mu_c) \int_{\tau_1}^t \left\{ (1-2\mu_c) \frac{P_a r_a^2 - P_t(\tau) r_c^2}{r_c^2 - r_a^2} \right. \\ &\left. - \frac{r_a^2 r_c^2 [P_t(\tau) - P_a]}{r_c^2 - r_a^2} \cdot \frac{1}{r^2} \right\} \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau \end{aligned} \quad (48)$$

由砼衬砌与围岩在接触面上变位连续, 得:

$$u_{dr}(t)|_{r=r_c} = u_{cr}(t)|_{r=r_c} \quad (49)$$

将式 (45)、(48) 代入, 整理得:

$$\begin{aligned} \frac{(1+\mu_d) [P_t(t) - q]}{E_d} &= \frac{1+\mu_c}{E_c} \left[\frac{2(1-\mu_c) r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} P_a - \frac{(1-2\mu_c) r_c^2 + r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} \right. \\ &P_t(t) \left. \right] + (1+\mu_c) \int_{\tau_1}^t \left[\frac{2(1-\mu_c) r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} P_a - \frac{(1-2\mu_c) r_c^2 + r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} P_t(\tau) \right] \\ &\xi(t, \tau, \tau_1) d\tau \end{aligned} \quad (50)$$

令

$$\begin{cases} N_d = \frac{(1+\mu_c) E_d}{(1+\mu_d) E_c} \\ R_a = \frac{2(1-\mu_c) r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} \\ R_c = \frac{(1-2\mu_c) r_c^2 + r_a^2}{r_c^2 - r_a^2} \end{cases} \quad (51)$$

则式 (50) 可改写成:

$$P_t(t) - q = N_d [R_a P_a - R_c P_t(t)] + E_c N_d \int_{\tau_1}^t [R_a P_a - R_c P_t(\tau)] \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau \quad (52)$$

于是 $P_t(t)$ 的确定, 便归结为积分方程式 (52) 的求解。

2.2 压力隧洞砼衬砌徐变应力计算

据徐变力学:

$$\xi(t, \tau, \tau_1) = -\frac{\partial}{\partial \tau} c_y(t-\tau) + \frac{d}{d\tau} c_n(\tau, \tau_1) \quad (53)$$

式中: $c_y(t-\tau)$ 为砼的可复徐变变形; $c_n(\tau, \tau_1)$ 为砼的不可复徐变变形。

不难求得:

$$\int_{\tau_1}^t \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau = c_y(t-\tau_1) + c_n(t, \tau_1) = c(t, \tau_1) \quad (54)$$

式中: $c(t, \tau_1)$ 为徐变度。

将式 (53) 代入式 (52), 整理得:

$$\begin{aligned} (1+N_d R_c) P_t(t) + E_c N_d R_c \int_{\tau_1}^t P_t(\tau) \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau \\ = N_d R_a P_a [1 + E_c c(t, \tau_1)] \end{aligned} \quad (55)$$

在上式中命 $t=\tau_1$ 得初始值

$$P_t(\tau_1) = \frac{R_a}{R_c} P_a \left[1 - \frac{1}{1+N_d R_c} \right] \quad (56)$$

令

$$P_t(t) = \lambda_0 + \lambda_1(t) \quad (57)$$

式中 λ_0 是与时间无关的常数, 而 $\lambda_1(t)$ 是时间的某一待定函数。将式 (57) 代入式 (55), 得到如下方程式:

$$\begin{aligned} (1+N_d R_c) \lambda_0 + N_d R_c E_c c(t, \tau_1) \lambda_0 + (1+N_d R_c) \lambda_1 + \\ N_d R_c E_c \int_{\tau_1}^t \lambda_1(\tau) \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau = N_d R_a P_a [1 + E_c c(t, \tau_1)] \end{aligned} \quad (58)$$

于是, 对方程式 (55) 的求解, 便转化成对 λ_0 、 $\lambda_1(t)$ 的求解。由式 (58) 不难得到 λ_0 、 $\lambda_1(t)$ 应满足的方程式, 即:

$$N_d R_c \lambda_0 [1 + E_c c(t, \tau_1)] = N_d R_a P_a [1 + E_c c(t, \tau_1)] \quad (59)$$

$$(1+N_d R_c) \lambda_1(t) + N_d R_c E_c \int_{\tau_1}^t \lambda_1(\tau) \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau = -\lambda_0 \quad (60)$$

在式(59)中, 由于 $1+E_c C(t, \tau_1) \neq 0$, 故得:

$$N_d R_c \lambda_0 = N_d R_c P_a$$

$$\text{即} \quad \lambda_0 = \frac{R_a}{R_c} P_a \quad (61)$$

据式(60), 当 $t=\tau_1$ 可得:

$$\lambda_1(\tau_1) = -\frac{\lambda_0}{1+N_d R_c} \quad (62)$$

又据徐变力学, 式(60)相当于松弛方程, 其近似方程为:

$$(1+\bar{N}_d R_c) \lambda_1(t) + \bar{N}_d \bar{E}_c R_c \int_{\tau_1}^t \lambda_1(\tau) \xi(t, \tau, \tau_1) d\tau = -\lambda_0 \quad (63)$$

$$\bar{E}_c = \frac{E_c}{1+E_c C_y} \quad (64)$$

$$\bar{N}_d = \frac{(1+\mu_c) E_d}{(1+\mu_d) + \bar{E}_c} = N_d (1+E_c C_y) \quad (65)$$

式中: $\bar{E}_c$ 为迟后模量, C_y 为表弹性后效曲线狄利克雷(Dirichler)级数系数之和, 通常取前二项即可。

对方程式(63)关于 t 求导, 得:

$$(1+\bar{N}_d R_c) \lambda_1'(t) + \bar{N}_d \bar{E}_c R_c \lambda_1(t) \xi(t, \tau, \tau_1) = 0 \quad (66)$$

注意到 $\xi(t, \tau, \tau_1) = c'(t, \tau_1)$, 故有:

$$\lambda_1'(t) + \frac{\bar{N}_d \bar{E}_c R_c c'(t, \tau_1)}{1+\bar{N}_d R_c} \lambda_1(t) = 0 \quad (67)$$

求解微分方程式(67), 并考虑可复徐变与初始条件后有:

$$\lambda_1(t) = -\frac{\lambda_0}{1+\bar{N}_d R_c} e^{-\eta_0(t, \tau_1)} \quad (68)$$

$$\eta_0(t, \tau_1) = \frac{N_d E_c R_c}{1+R_c \bar{N}_d} c(t, \tau_1)$$

$$\bar{N}_d(t-\tau_1) = N_d [1+E_c C_y(t-\tau_1)]$$

将式(61)、(68)代入式(57), 得:

$$P_t(t) = \frac{R_a}{R_c} P_a \left[1 - \frac{e^{-\eta_0(t, \tau_1)}}{1+R_c \bar{N}_d(t-\tau_1)} \right] \quad (69)$$

由上式可见, $P_t(t)$ 是随着时间增加的。用压力系数 $H_{P_t}(t, \tau_1)$ 表示 t 时间与初始时刻 τ_1 压力之比:

$$H_{P_t}(t, \tau_1) = \frac{P_t(t)}{P_t(\tau_1)} \quad (70)$$

于是有:

$$H_{P_t}(t, \tau_1) = \frac{1 - \frac{e^{-\eta_0(t, \tau_1)}}{1+R_c \bar{N}_d(t-\tau_1)}}{1 - \frac{1}{1+R_c \bar{N}_d}} \quad (71)$$

比较式(56)与式(70)得:

$$P_t(t) = Q P_a H_{P_t}(t, \tau_1) \quad (72)$$

$$Q = \frac{R_a}{R_c} \left(1 - \frac{1}{1+N_d R_c} \right)$$

至此, 砼衬砌所受均布外压力 $P_t(t)$ 便已可求算, 将式(72)代入式(46)得:

$$\begin{cases} \sigma_{cr}(t) = \frac{P_a}{(r_c^2 - r_a^2) r^2} + [r_a^2(r_c^2 - r^2) + r_c^2(r^2 - r_a^2)] Q H_{P_t}(t, \tau_1) \\ \sigma_{c\theta}(t) = \frac{P_a}{(r_c^2 - r_a^2) r^2} + [r_a^2(r_c^2 + r^2) - r_c^2(r^2 + r_a^2)] Q H_{P_t}(t, \tau_1) \end{cases} \quad (r_a \leq r \leq r_c) \quad (73)$$

显然有:

$$\sigma_{c\theta}(\tau_1) = \frac{P_a}{(r_c^2 - r_a^2) r^2} [r_a^2(r_c^2 + r^2) - r_c^2(r_a^2 + r^2)] Q \quad (74)$$

又据式(71)、(73)知, 砼衬砌径向压应力 $\sigma_{cr}(t)$ 随时间增加而增大, 切向拉应力 $\sigma_{c\theta}(t)$ 随时间增加而减小。径向压应力 $\sigma_{cr}(t)$ 的增长系数为:

$$H_r(t, \tau_1) = \frac{\sigma_{cr}(t)}{\sigma_{cr}(\tau_1)} = \frac{r_a^2(r_c^2 - r^2) + r_c^2(r^2 - r_a^2) Q H_{P_t}(t, \tau_1)}{r_a^2(r_c^2 - r^2) + r_c^2(r^2 - r_a^2) Q} \quad (75)$$

切向应力 $\sigma_{c\theta}(t)$ 的衰减系数为:

$$H_{\theta}(t, \tau_1) = \frac{\sigma_{c\theta}(t)}{\sigma_{c\theta}(\tau_1)} = \frac{r_a^2(r_c^2 + r^2) - r_c^2(r^2 + r_a^2) Q H_{P_t}(t, \tau_1)}{r_a^2(r_c^2 + r^2) - r_c^2(r^2 + r_a^2) Q} \quad (76)$$

易知, 当相对刚度 N_d 增加, 则压力系数 $H_{P_t}(t, \tau_1)$ 增大, 从而增长系数 $H_r(t, \tau_1)$ 增大, 衰减系数 $H_{\theta}(t, \tau_1)$ 减小。

特别, 若 $N_d=1$, 则有 $Q = \frac{r_a^2}{r_c^2}$, 于是有:

$$\begin{cases} H_r(t, \tau_1) = \frac{(r_c^2 - r^2) + (r^2 - r_a^2) H_{P_t}(t, \tau_1)}{r_c^2 - r_a^2} \\ H_{\theta}(t, \tau_1) = \frac{(r_c^2 + r^2) - (r_a^2 + r^2) H_{P_t}(t, \tau_1)}{r_c^2 - r_a^2} \end{cases} \quad (77)$$

据式(75)可知, 求出 $H_r(t, \tau_1)$ 、 $\sigma_{cr}(\tau_1)$ 后, 则砼衬砌徐变径向应力为:

$$\sigma_{cr}(t) = H_r(t, \tau_1) \sigma_{cr}(\tau_1) \quad (78)$$

类似有砼衬砌徐变切向应力

$$\sigma_{c\theta}(t) = H_{\theta}(t, \tau_1) \sigma_{c\theta}(\tau_1) \quad (79)$$

表 1 隧洞砼衬砌应力衰减系数 $H_\theta(t, \tau_1)$ 和切向初应力 $\sigma_\theta(\tau_1)$ 成果表

项目		$H_\theta(t, \tau_1)$					$\sigma_\theta(\tau_1)/P_a$
衰减时间 $(t-\tau_1)/d$		10	30	90	180	∞	
半径 r/m	2.0	0.736 68	0.666 41	0.615 34	0.561 59	0.556 59	1.621 33
	2.15	0.724 41	0.650 87	0.597 41	0.541 15	0.535 93	1.444 83
	2.30	0.712 02	0.635 16	0.579 31	0.520 52	0.515 06	1.301 72
	2.45	0.699 59	0.619 41	0.561 15	0.499 83	0.494 13	1.184 08
	2.50	0.695 45	0.614 17	0.555 10	0.492 93	0.487 16	1.149 49

3 算 例

压力隧洞洞室半径 $r_c=2.5m$, 砼衬砌内半径 $r_a=2.0m$, 均匀内水压力为 P_a , 初始地应力可忽略不计。

砼衬砌力学参数: $E_c=300 \times 10^3 kPa$, $\mu_c=0.15$

$$C_y(t-\tau_1)=\{0.4[1-e^{-0.2(t-\tau_1)}]+0.3[1-e^{-1.3(t-\tau_1)}]\} \times 10^{-8} (kPa)^{-1}$$

$$C_n(t-\tau_1)=\{0.8[1-e^{-0.4(t-\tau_1)}]+2.0[1-e^{-0.02(t-\tau_1)}]\} \times 10^{-8} (kPa)^{-1},$$

$$N_d=0.5。$$

计算砼衬砌的初始切向应力和衰减系数。

由 $C_y(t-\tau_1)$ 的展开式可得 $C_y=0.7 \times 10^{-8} (kPa)^{-1}$ 。于是据式 (65) 得 $\bar{N}_d=0.605$;

据式 (68) 有:

$$\bar{N}_d(t-\tau_1)=0.5+0.15\{0.4[1-e^{-0.2(t-\tau_1)}]+0.3[1-e^{-1.3(t-\tau_1)}]\}$$

$$\eta_0(t, \tau_1)=0.13735[1-e^{-0.4(t-\tau_1)}]+0.34338[1-e^{-0.02(t-\tau_1)}]$$

进而可得压力系数计算式:

$$H_{\theta}(t, \tau_1)=1.53731\left[1-\frac{e^{-\eta_0(t, \tau_1)}}{1+R_c \bar{N}_d(t-\tau_1)}\right]$$

表 1 给出压力隧洞砼衬砌在均匀内水压力 P_a 作用下, 其各环形断面的初始瞬时切向应力 $\sigma_\theta(\tau_1)$ 和衰减系数 $H_\theta(t, \tau_1)$ 。

表 1 是隧洞砼衬砌在均匀内水压力作用下, 衬砌内、外壁面及不同半径部位的初始瞬时弹性切向应力

$\sigma_\theta(\tau_1)$ 与均匀内水压力 P_a 比值和切向应力衰减系数 $H_\theta(t, \tau_1)$ 在不同龄期的计算成果, 由表列计算结果可以看出, 随着龄期的增加, 砼衬砌各部位的切向应力衰减系数将减小, 从而衬砌的切向拉应力随时间增加而减小, 其最大值在内壁面, 最小值在外壁面。

4 结 论

水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌, 使围岩与砼衬砌及水泥浆结石组合成一个承载结构, 这一结构在均匀内水压力作用下具有良好的抗裂和抗渗性能。但压浆环的硬化干缩与砼衬砌徐变, 将使砼衬砌获得的预应力出现衰减损失。因此, 水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌结构应力计算, 应考虑压浆环干缩与砼徐变影响, 本文对此作了较系统研究分析, 分别推导出了计及水泥压浆环干缩影响与砼衬砌徐变变形影响的应力计算式, 所获成果具有工程应用价值。

参考文献:

- [1] 蔡晓鸿, 王晓华, 蔡勇斌. 水工压力隧洞灌浆式预应力衬砌弹塑性应力分析[J]. 江西水利科技, 2004 (2): 74~79.
- [2] 唐崇剑. 混凝土的徐变力学与实验技术 [M]. 水利电力出版社, 1982.12: 101~112.

编辑: 张绍付

(下转第 419 页)