

不同时长最大降雨量与河流最大洪峰流量关系研究

马惠群,王 勇

(山东电力工程咨询院有限公司,山东 济南 250013)

摘 要:边缘分布选择正态分布、对数正态、指数、威布尔、最大极值、最小极值和伽马分布,采用二维 Gumbel-Hougaard Copula 函数研究最大 1 日降雨量、最大 15 日降雨量与河流洪峰流量的关系。以小清河黄台桥水文站 23 年数据为例进行计算,结果表明,最大 15 日降雨量与洪峰流量相关较好。本研究为降雨和洪峰流量关系研究提供了有效的途径。

关键词:降雨量;洪峰流量;Copula

中图分类号:TV211.2

文献标识码:B

文章编号:1004-4701(2018)01-0000-05

0 引 言

水利、电力工程设计应考虑防洪设计^[1],推求设计洪水时须应让历史洪水参与其中,而历史洪水的获得一般需进行历史洪水调查,确定各次大洪水发生的时间及相应的重现期、洪水过程以及发生洪水时的雨情、水情和灾情等。在平原地区,历史洪水加成法是一种重要的设计洪水计算方法^[2]。河道中的洪水由降雨引起,历史洪水加成法是采用历史最大洪水加上设计标准下的降雨量与当次洪水降雨量差值引起的流量变化值作为设计洪水的一种方法。但由于历史久远,被调查人员常常对于几日降雨引起洪峰流量模糊不清,而不同时长的降雨历时降雨量差别较大,从而引起计算洪峰流量加成差值较大,此时该如何选择降雨时长?本文采用水文分析中常用的 Copula 方法对此进行研究,以期降雨和洪峰流量关系研究提供有效的途径。

1 Copula 函数

Sklar^[3]认为一个联合分布可以分解为 k 个边缘分布和一个 Copula 函数,这个 Copula 函数描述了变量间的相关性,它是把多个随机变量 $u_1, u_2, \dots, u_n$ 的联合分布函数 $F(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 与各自的边缘分布函数 $F_{u_1}(x_1), F_{u_2}(x_2), \dots, F_{u_n}(x_n)$ 相联结,即联结函数

$C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 使得

$$F(u_1, u_2, \dots, u_n) = C(F_{u_1}(x_1), F_{u_2}(x_2), \dots, F_{u_n}(x_n)) \quad (1)$$

等式成立。多元函数 $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 是存在的,它就是 Copula 函数,将多维分布与一维边缘分布联结在一起的函数。

2 Gumbel-Hougaard Copula 函数

二维 Gumbel-Hougaard Copula 函数形式^[4]如下:

$$C(u, v) = \exp(-((- \ln u)^\theta + (- \ln v)^\theta)^{1/\theta}) \quad \theta \in [1, +\infty] \quad (2)$$

式中, $\varphi(t) = (- \ln t)^\theta, \tau = 1 - \theta^{-1}$ 。

若给定 $Y = y$ 情况下, X 的条件分布函数如下:

$$\begin{aligned} F(X \leq x | Y = y) &= C_\theta(u | V = v) \\ &= \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{C_\theta(u, v + \Delta v) - C_\theta(u, v)}{\Delta v} \\ &= \frac{\partial}{\partial v} C_\theta(u, v) | V = v \end{aligned} \quad (3)$$

3 计算实例

小清河流域发源于济南诸泉群,南依泰山山脉,北界黄河,处于鲁中山区与华北平原的过渡地带,地形南高北低,自西南向东北倾斜,由南至北依次为山区、丘

陵、平原、洼地。选用小清河黄台桥站的资料进行计算,黄台桥水文站^[5]位于济南市二环东路小清河桥下游,建于 1916 年,是国家重点水文站,该站控制流域面积 321 km²,主要观测项目有流量、水位、泥沙含量、水质等指标。现为自动观测设备,河道流量~水位关系稳定,冲淤基本平衡。为研究小清河降雨和洪峰流量关系,本研究共收集到其 23 年最大 1 日降雨量、最大 15 日降雨量和最大洪峰流量资料,统计特征值见表 1。

表 1 不同变量统计特征值

项目	最大 1 日 降雨量/mm	最大 15 日 降雨量/mm	最大洪峰 流量/(m ³ /s)
个数	23.00	23.00	23.00
平均值	92.17	209.61	57.65
最大值	230.80	379.40	89.00
最小值	41.60	62.80	14.60
方差	47.80	81.34	21.24

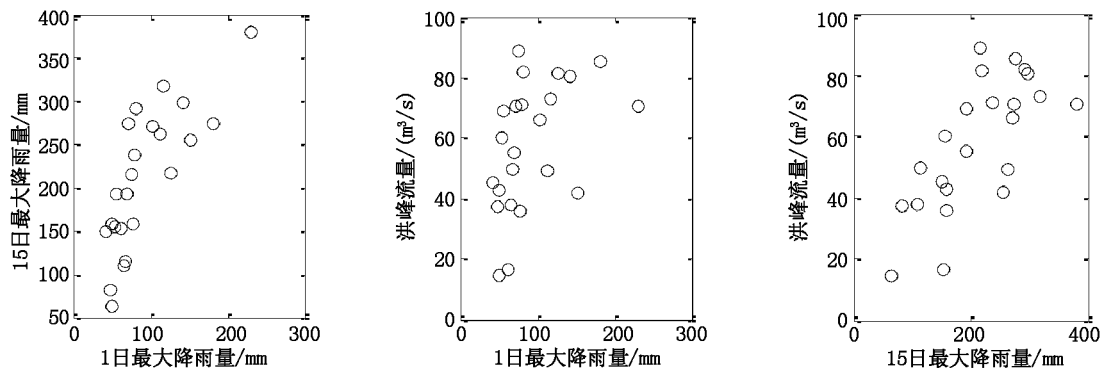


图 1 三个变量间相关图

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{E(X_c - X_0)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X_c(i) - X_0(i)]^2}$$

(5)

式中, $RMSE$ 为均方误, 也就是误方差的平方根; E

三个变量之间的散点分布见图 1。
边缘分布在正态分布、对数正态分布^[6]、指数分布、威布尔分布^[7]、最大极值分布、最小极值分布以及伽马分布中选取, 以采用 Gringorten position - plotting 公式计算经验频率^[8,9], 并以此作为基础计算均方误, 其公式为:

$$P(K \leq k) = \frac{K - 0.44}{N + 0.12}$$

(4)

式中, K 表示数据序列升序排序序号; N 表示样本总个数。

本研究采用均方误作为边缘分布拟合优劣的判断标准, 均方误越小, 说明采用此种边缘分布拟合越好。均方误采用下式进行计算:

为期望值, 也就是平均值; N 为样本总个数, 在本研究 中为 23; X_c 为不同频率分布公式的计算值; X_0 为观测值, 在本文中 以经验频率值表示观测值。均方误的计算结果见表 2。

表 2 均方误值

项目	正态	对数正态	指数	威布尔	最小极值	最大极值	伽马
最大 1 日降雨量	0.094 4	0.055 2	0.168 4	0.077 2	0.119 9	0.065 7	0.069 2
最大 15 日降雨量	0.042 2	0.059 1	0.181 1	0.042 9	0.044 2	0.051 8	0.052 0
最大洪峰流量	0.051 6	0.078 6	0.188 0	0.055 0	0.052 6	0.062 0	0.064 5

由表 2 可知, 最大 1 日降雨量对数正态拟合最好, 最大 15 日降雨量和最大洪峰流量正态分布拟合最好, 边缘分布见图 2。采用对数正态分布求得, 100 年一遇

最大 1 日降雨量为 240.32 mm; 同理, 采用正态分布求得 100 年一遇最大 15 日降雨量为 398.84 mm, 100 年一遇洪峰流量为 107.06 m³/s。

计算 Copula 函数中的两个参数:肯德尔相关系数 (Kendall τ)和联结参数(θ)值见表 3 和表 4。

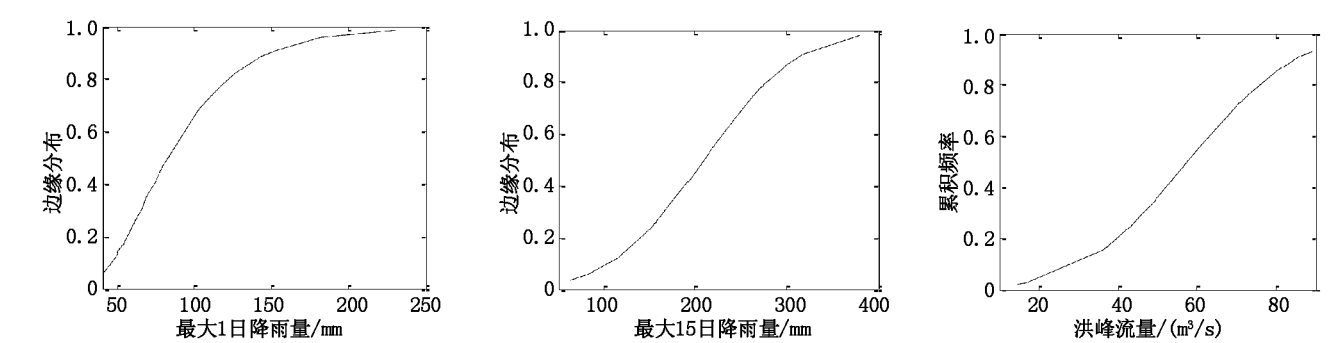


图2 变量边缘分布图

表 3 肯德尔相关系数值

项目	最大 1 日降雨量/最大 15 日降雨量	最大 1 日降雨量/最大洪峰流量	最大 15 日降雨量/最大洪峰流量
肯德尔相关系数	0.66	0.44	0.54

表 4 联结参数值

项目	最大 1 日降雨量/最大洪峰流量	最大 15 日降雨量/最大洪峰流量
联结参数	1.79	2.17

根据公式(3)计算不同时长各种重现期的降雨量在历史最大和 100 年一遇洪水中的洪峰流量,见图 3。

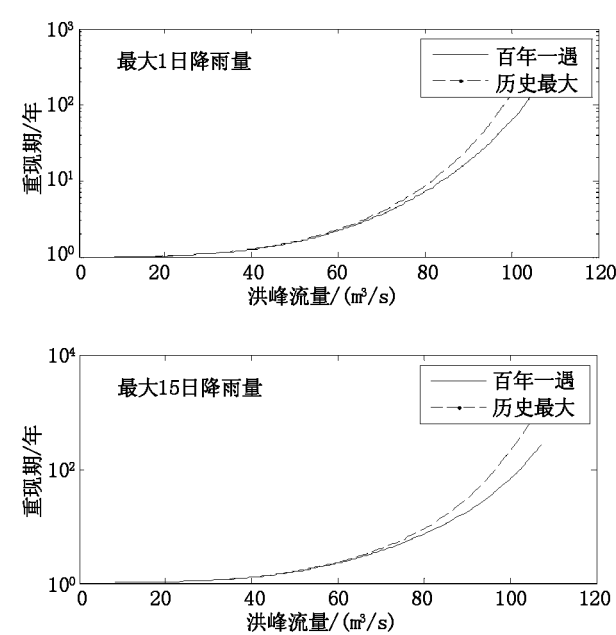


图3 不同条件下最大洪峰流量条件重现期图

4 结 语

正态分布以及对数正态分布较为适合小清河黄台桥洪峰流量以及降雨量分布拟合。

由计算可知,小清河黄台桥站最大洪峰流量与 15 日降雨量相关性较好,而且根据其得到的条件重现期差别也较大,因此,笔者建议在采用历史洪水加成法分析计算设计洪水时着重以 15 日降雨为主计算。

这种方法在进行频率分析计算时,考虑了与其相关的非线性因素,更加科学的反映了其相关关系。

参考文献:

[1] DL/T 508/2012 电力工程水文技术规程[S]. 中国计划出版社,2012,北京.

[2] 谷洪钦,王起峰. 历史洪水调查在推求设计洪水中的应用[J]. 山东电力技术,2001(6):50~52.

[3] Sklar,A. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges[M]. Paris:Publ. Inst. Statist. Univ. ,1959.

[4] 李小奇,郑东健,鞠宜朋. 基于 Copula 熵理论的大坝渗流统计模型因子优选[J]. 河海大学学报,2016,44(4):370~376.

[5] 孔祥瑞,陈淑芬,李梅,等. 济南短历时暴雨强度公式研究[J]. 山东建筑大学学报,2013,28(5):445~448.

[6] 吴霞,吴津蓉,李巧,等. 新疆汉水泉地区地下水环境背景值计算[J]. 人民黄河,2015,37(1):83~86.

[7] 张炯,叶琦. 基于概率熵判据的大坝坝位移预警模型比较[J]. 江西水利科技,2015,6(12):405~409.

[8] Gringorten,I. I. A Plotting rule of extreme probability paper[J]. Journal of Geophysics Resources,1963,68(3):813~814.

[9] 黄华平,梁忠民. 多调查期洪水频率计算及参数估计公式推导[J]. 水文,2016,36(3):1~5.

编辑:张绍付

Relationship between river flow discharge and rainfall

MA Huiqun, WANG Yong

(Shandong Electric Power Engineering Consulting Institute Co. LTD. Shandong Jinan 250013)

Abstract: The marginal distributions used were: normal, lognormal, exponential, weibull, max, min and gamma distribution. Gumbel – Hougaard Copula was used to study the relationship among 1day max rainfall, 15 days max rainfall and river flow. 23 years data of Xiaoqing river in Jinan Huangtaiqiao hydrological station was taken as example. The research shows that the relationship between 15days max rainfall and river flow is better.

Key words: Rainfall; Flow discharge; Copula

翻译: 马惠群